

## Methoder til at maale Brydningsforholdet for farvede Vædsker.

Af

**C. Christiansen.**

De Fremgangsmaader, som man kan anvende til Maaling af Brydningsforholdet i gjennemsigtige Legemer, vise sig ofte utilstrækkelige, naar de skulle anvendes paa farvede Legemer, især naar man skal undersøge de Opløsninger, som frembyde den saakaldte anomale Dispersion. Den er først bemærket af le ROUX <sup>1)</sup> ved Undersøgelser over Farveadspredning i Luftarter; han fandt nemlig, at Farvernes Orden i et Spektrum, dannet af et Prisma af Joddamp, var modsat den sædvanlige. Et lignende Fænomen opdagede jeg 1870 ved en Opløsning af Fuchsin. <sup>2)</sup> Jeg lededes dertil ved Forsøg over den fuldstændige Tilbagekastning mellem Glas og Fuchsinopløsninger, men det viste sig, at Brydningsforholdet kun vanskelig kunde maales paa denne Maade. Dette lod sig derimod gjøre ved at benytte et Prisma med en lille brydende Vinkel, den Lysmængde, som gaar igjennem et saadant Prisma, er saa stor, selv naar det er fyldt med en stærk Fuchsinopløsning, at man kan se den største Del af Spektret igjennem det.

Siden den Tid er den anomale Dispersion, som Prof. KUNDT i Strassburg har kaldt dette Fænomen, bleven undersøgt baade

<sup>1)</sup> Comptes-Rendus de l'Académie des Sciences 1864, T. 55, S. 126.

<sup>2)</sup> Oversigt over d. K. D. V. Selsk. Forhandl. 1871, S. 5 ff.

theoretisk og experimentalt af mange navnlig tyske Fysikere. Der har været anvendt mange forskellige Metoder, men Vanskelighederne ved disse Maalinger ere saa store, at man neppe kan siges at være naaet til et afgjørende Resultat. Den fuldstændige Tilkagekastning kunde synes at frembyde store Fordele ved disse Undersøgelser, men disse opvejes af Mangler, der klæbe ved Metoden. Benyttes tilbagekastet Lys, er Grænsen ikke tydelig nok til at man kan indstille nøjagtigt paa den, og med Anvendelse af gjenemgaaende Lys finder der, hvor tyndt Laget af Vædsken end tages, temmelig stærk Absorption Sted.

Anvendes Vædskeprismer derimod, vil man altid kunne faa Brydningsforholdet for den Del af Spektret, som ikke absorberes af Vædsken, nøjagtig bestemt, hvorimod det i Reglen ikke er muligt at forfølge Dispersionen gennem hele Spektret; men det er jo netop af den allerstørste Interesse at se, hvorledes det gaar med Farveadspredelsen i den mest absorberede Del af Spektret, da det er der, de anomale Forhold vise sig.

I næsten alle de Undersøgelser over anomal Dispersion, som ere udførte i de senere Aar, har man alligevel anvendt Prismer med en brydende Vinkel af  $20^{\circ}$ — $50^{\circ}$ . Den stærkest absorberede Del af Spektret kan man derfor ikke faa nogen Oplysning om, og tillige virker et saadant Prisma som en snever Spalte, da Lyset kun kan trænge igennem det tæt op til den brydende Kant; man kan derfor ikke tillægge de Maalinger, som kunne foretages, nogen synderlig Værdi i den Del af Spektret, som absorberes stærkest.

Ved de af mig i 1871 offentliggjorte Forsøg benyttede jeg Vædskeprismer med en brydende Vinkel af omtrent  $1^{\circ}$ , Lysmængden, som trænger igennem et saadant Prisma, er naturligvis langt større end med et sædvanligt Vædskeprisma, men saa er der til Gjengjæld den Ulempe, at Brydningsforholdet ikke kan bestemmes med nogen Nøjagtighed, med mindre man kan maale Afvigelserne i Sekunder. Dertil udfordres nu en temmelig stor Theodolit; Arbejdet bliver derved meget langvarigt, og

dette er meget uheldigt ved disse Undersøgelser, da det tidt er vanskeligt at undgaa Fordampning af Opløsningsmidlet, og Tiden er indskrænket, fordi disse Maalinger kun kunne ske ved Anvendelse af Sollys. Er den brydende Vinkel saa lille, kan man heller ikke se de Fraunhoferske Linier, og dette gjør det umuligt at anvende den almindelige Fremgangsmaade. Ved mine forannævnte Forsøg dannede jeg derfor først et objektivt Spektrum, stillede Goniometrets Spalte paa forskellige Punkter i dette Spektrum og bestemte Afvigelsen i Vædskeprismet for det Lys, som trængte gennem Spalten.

Ved de Forsøg, som her skulle omtales, har jeg forsøgt at gaa en noget anden Vej, hvorved de nævnte Vanskeligheder ere hævede.

Benyttes Prismer med en brydende Vinkel af omtrent  $1^\circ$ , kan man i Stedet for Udtrykket for Brydningsforholdet

$$n = \frac{\sin \frac{a+p}{2}}{\sin \frac{p}{2}},$$

hvor  $a$  er Afvigelsen i Hovedstillingen,  $p$  den brydende Vinkel, sætte

$$n = \frac{a+p}{p}.$$

Det gjælder nu om at maale  $a$  og  $p$  med Mikrometret, og derved er altsaa  $n$  bekendt.

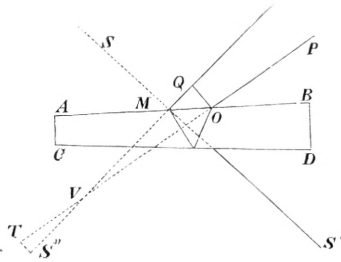
Til disse Forsøg anvendte jeg et stort Spektroskop, som tilhører Universitetets fysiske Samling. Objektivlindsens Brændvidde er omtrent 42 Centimeter; der benyttedes i Reglen en Forstørring af 30 Gange. Okularet kan forskydes i vandret Retning ved Hjælp af en Mikrometerskrue, hvis Tromle er inddelt i 50 Dele, hvoraf igjen Tiendedele med Lethed lade sig aflæse. Dreies Tromlen  $\frac{1}{500}$  af sin Omkreds, forskydes Okularet 0.0000812 Centimeter, denne Størrelse er benyttet til Enhed ved alle de følgende Maalinger; den svarer til en Vinkel af omtrent 0.4 Sekunder.

Langs hen ad Okularrøret var anbragt en Millimeterskala,

ved Hjælp af hvilken de forskjellige Udtræk nøjagtig kunde bestemmes; dens Længde var 20 Millimeter, og Tallene vare anbragte saaledes, at  $0^{\text{mm}}$  svarer til det største,  $20^{\text{mm}}$  til det mindste Udtræk. Ved  $11^{\text{mm}.5}$  var Kikkerten indstillet paa uendelig fjernt.

For at finde denne Indstilling anvendte jeg følgende Fremgangsmaade. Lokalet, hvori Forsøgene ere udførte, er overalt omgivet af høje Huse, saaledes at det ikke er muligt at komme til at indstille paa et fjernt Punkt i Horisonten, og det er meget vanskeligt at komme til at iagttage en Stjerne højere oppe paa Himlen, da det store Apparat ikke let kan opstilles skraat; men ved en tilfældig iagttagelse faldt jeg paa at benytte en næsten planparallel Glasplade dertil.

Fig. 1.



Lad  $SS'$  være Axestraalen i en Straalekegle, som træder ud af Kollimatoren, og lad  $S$  være dens Toppunkt.  $ABCD$  er en Glasplade, som staar lodret paa Spektroskopets Bord, dens Sideflader danne en Vinkel  $\varphi$  med hinanden tilvenstre. Axen  $SS'$  træffer Fladen  $AB$  i Punktet  $M$  og kastes tilbage i Retningen  $MQ$ . Den træder nu ind i Kikkerten, og i denne dannes der igjen et Billede af  $S$  i en Afstand  $f$  fra Objektivets Midtpunkt. Kaldes Kikkertens Brændvidde  $p$  og sættes  $MS = MS'' = a$ , havs

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{f} = \frac{1}{p}.$$

En anden Del af Straalekeglen  $SS'$  brydes i  $AB$ , kastes tilbage fra  $CD$  og falder ind i Kikkerten i Retningen  $OP$ . Kaldes Indfaldsvinklen ved  $M$   $i$ , Brydningsvinklen  $b$ ; Udfaldsvinklen for  $OP$   $i_1$ , Glaspladens Brydningsforhold  $n$ , findes let

$$i_1 - i = \frac{2\varphi n \cos b}{\cos i}.$$

Forlænges  $PO$  tilbage, vil den skære  $MS''$  i  $V$  og en Perpendikulær  $S''T$  paa  $MS''$  i  $T$ . Drages  $OQ$  lodret paa  $MO$ , faas

$$OQ = MO \cos i = 2e \operatorname{tg} b \cos i,$$

naar  $e$  er Glaspladens Tykkelse.

Figuren viser tillige, at

$$\frac{S''T}{S''V} = \frac{OQ}{VQ} = i_1 - i,$$

$$\frac{S''T + OQ}{a} = i_1 - i$$

og 
$$S''T = \frac{2\varphi n \cos b}{\cos i} a - 2e \operatorname{tg} b \cos i.$$

Man udmaaler nu med Mikrometret Afstanden mellem Billederne af  $S''$  og  $T$  i Kikkerten; kaldes denne Afstand  $d$ , faas

$$\frac{d}{S''T} = \frac{f}{a},$$

$$d = \frac{2\varphi n \cos b}{\cos i} f - \frac{2ef}{a} \operatorname{tg} b \cos i.$$

Drejes Glaspladen  $180^\circ$ , faas derimod

$$d' = \frac{2\varphi n \cos b}{\cos i} f + \frac{2ef}{a} \operatorname{tg} b \cos i,$$

idet  $\varphi$  sættes negativ og der ikke tages Hensyn til Retningen af  $d$ . Heraf følger igjen

$$\frac{d' - d}{d' + d} = \frac{e \cos^2 i \sin i}{\varphi a n^2 - \sin^2 i}.$$

Kaldes denne Størrelse  $\alpha$ , saa er

$$\alpha a = \frac{e \cos^2 i \sin i}{\varphi n^2 - \sin^2 i}.$$

Foretages derpaa en ny Indstilling af Kikkert og Kollimator, uden at deres Stilling forandres, altsaa med samme Værdi af  $i$ , saa haves igjen

$$d'a' = \frac{e \cos^2 i \sin i}{\varphi n^2 - \sin^2 i} = \alpha a,$$

hvor  $a'$  og  $a$  ere de nye Værdier af  $a$  og  $a$ . Tillige bliver

$$\frac{1}{a'} + \frac{1}{f'} = \frac{1}{p}.$$

Naar nu ved disse Forsøg  $f$  og  $f'$  kun ere lidet forskjellige fra  $p$ , faas heraf

$$\frac{f-p}{f'-p} = \frac{a'}{a} = \frac{a}{a'}$$

og

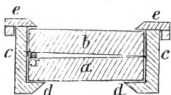
$$\frac{f-p}{f'-f} = \frac{a}{a'-a}.$$

Bestemmes altsaa  $a$  og  $a'$  tilligemed  $f'-f$ , saa kan  $f-p$  findes, og derved kan man indstille Kikkerten paa uendelig fjernt. Jeg fandt saaledes, at naar Okularrøret indstilledes paa 11<sup>mm</sup>.0, var  $d = 50.5$ ,  $d' = 68.0$ ; ved Indstilling paa 12<sup>mm</sup>.0 var  $d = 69.0$ ,  $d' = 50.0$ , altsaa faas  $a = 0.148$ ,  $a' = -0.160$ . Sættes tillige  $f = P-11$ ,  $f' = P-12$  og  $p = F-u$ , faas

$$u - 11 = \frac{0.148}{0.308}, \quad u = 11.48.$$

Ved et Udtræk af 11<sup>mm</sup>.5 er Kikkerten altsaa indstillet paa uendelig fjernt. Dette bekræftes ved at maale Afstandene  $d$  og  $d'$  mellem Spejlbillederne ved denne Indstilling; de blive da lige-store, hvilket følger af, at i dette Tilfælde er  $a = \infty$ , altsaa  $d = d'$ .

Det anvendte Hulprisma bestod af to rektangulære Glasplader  $a$  og  $b$  anbragte i en Messingindfatning. Deres Længde var 4 Centimeter, deres Brede 2.5 Centimeter. Fig. 2 viser et Gjennemsnit af Apparatet.



$cc$  er en fir-kantet Ramme med fremspringende Under-rand  $dd$ , imod hvilken den ene Glasplade  $a$  trykkes ned. Ved  $x$  anbringes en ganske tynd Glasplade. Derpaa lægges  $b$  ned, og ovenpaa denne lægges en anden Ramme  $ee$  ned, som ved 3 Møttriker trykkes ned paa  $a$ . Imellem  $a$  og  $b$  dannes altsaa et prismatisk Rum, som gennem et Hul i Rammen  $cc$  kan fyldes med den Vædske, hvis Brydningsforhold skal findes.

Hele dette Apparat, som jeg vil kalde Hulprismet, stilles nu paa Spektroskopets Bord med den brydende Kant lodret. Det drejes derpaa, saa Lysstraaler, der træde ud af Kollimatoren, træffe det under en Vinkel af omtrent 45°. Kikkerten indstilles

paa de tilbagekastede Straaler, og ved Hjælp af Stilleskruer bringes Hulprismet i en saadan Stilling, at begge Billeder af Kollimatorspalten i de to Glasplader komme til at staa lodret. Hulprismet er da rigtig opstillet. Ved Hjælp af Mikrometret udmaales dernæst Afstanden mellem de to Billeder. Kaldes Kikkertens Brændvidde  $P$ , Hulprismets brydende Vinkel  $p$ , saa vil denne Afstand maalt med Mikrometret være  $p'$

$$p' = 2P \operatorname{tg} p,$$

hvorfor man dog med tilstrækkelig Nøjagtighed kan sætte

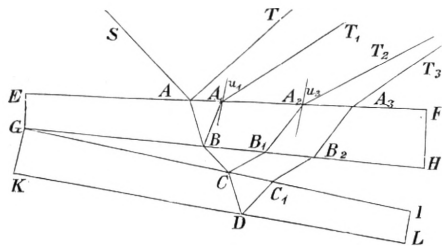
$$p' = 2Pp,$$

da  $p$  er en lille Vinkel.

I Virkeligheden stiller Sagen sig dog ikke saa simpelt. De anvendte Glasplader vare ikke fuldkommen planparallele; da deres Sider dannede en lille Vinkel med hinanden, fik man to Spejlbilleder fra hver af dem, og det gjaldt altsaa om at rette den Fejl, som kunde foranlediges derved. Dette kan ske paa følgende Maade.

Lad Fig. 3 forestille et Snit gennem Hulprismet lodret paa den brydende Kant;  $EFGH$  er den ene Glasplade,  $GIKL$  den

Fig. 3.



Lad nu  $SA$  være en indfaldende Straale, som træffer Fladen  $EF$  under en Indfaldsvinkel  $i$ . Den tilsvarende tilbagekastede Straale er  $AT$ , og af denne og de med den parallelle dannes det første Spaltebillede i Kikkerten. Den brutte Straale  $AB$  danner en Vinkel  $b$  med Indfaldsloddet til  $EF$ , træffer  $GH$  under Indfaldsvinklen  $c$ , kastes tilbage og brydes i  $EF$  med Indfalds-

og Udfaldsvinklerne  $b_1$  og  $u_1$ . Kaldes Glaspladens Brydningsforhold  $n_0$ , haves

$$\sin u_1 = n_0 \sin(c + a) = \sin d + n_0 a \cos c,$$

idet højere Potenser af  $a$  kunne bortkastes. Sættes nu

$$u_1 = d + \delta,$$

$$\text{faas} \quad \delta = \frac{n_0 a \cos c}{\cos d}.$$

Kaldes Vinklen mellem  $AT$  og  $AT'$   $\varepsilon$ , haves

$$\varepsilon = \frac{2n_0 a \cos c}{\cos d},$$

altsaa er  $\delta = \frac{1}{2}\varepsilon$  og  $u_1 = d + \frac{1}{2}\varepsilon$ .

En anden Del af Straalen  $AB$  følger Vejen  $BCB_1A_2$ . Kaldes Udfaldsvinklen ved  $B$   $d$ , Udfaldsvinklerne i  $B_1$  og  $A_2$  respektive  $c_1$  og  $u_2$ , faas

$$\sin u_2 = n_0 \sin(c_1 + a), \quad n_0 \sin c_1 = \sin(d + 2p),$$

idet Vinklen  $HGI = p$ . Altsaa er

$$\sin u_2 = \sin(d + 2p) + n_0 a \cos c.$$

Sættes nu heri

$$\frac{1}{2}(u_2 - u_1) = p + \varphi \quad \text{og} \quad u_1 = d + \frac{1}{2}\varepsilon,$$

$$\text{faas} \quad \varphi = \frac{1}{2}\varepsilon \sin p \operatorname{tg} i.$$

Naar  $i$  ikke er meget nær ved  $90^\circ$ , vil  $\varphi$  altid være forsvindende, eftersom baade  $\varepsilon$  og  $\sin p$  ere meget smaa. Vi kunne derfor altid sætte

$$p = \frac{u_2 - u_1}{2}.$$

Endelig foregaar der ogsaa en Tilbagekastning fra Fladen  $KL$ , som giver Anledning til den udfaldende Straale  $A_3T$ . Ved Maalingen af den brydende Vinkel spiller den imidlertid ingen Rolle, da Straalerne  $A_1T_1$  og  $A_2T_2$  ere tilstrækkelige dertil.

Derpaa fyldes Hulprismet med Vædske, Kikkerten indstilles paa det gennemgaaende Lys og Prismet bringes i Hovedstillingen. Ved to saadanne Aflæsninger udmaales de to Spaltebilleders Afstand, kaldes den  $a'$ , haves

$$a' = 2P \operatorname{tg} x$$

eller, da Afvigelsen  $a$  er lille,



$$a' = 2Pa.$$

Er Vædskens Brydningsforhold  $n$ , faas i nærværende Tilfælde

$$a = (n-1)p + (n_0-1)(\alpha - \beta).$$

Ved de Plader, som jeg har brugt, var nu tilfældigvis  $\alpha = \beta$  og  
altsaa

$$a = (n-1)p,$$

hvorfor de tilsvarende Mikrometermaalinger kunne indsættes:

$$a' = (n-1)p'.$$

Dette forudsætter imidlertid, at de Straaler, som træde ud af Kollimatoren, ere indbyrdes parallelle og at Brændvidden i Kikkerten er den samme for Lys af alle Farver. Men i Virkeligheden er dette ikke Tilfældet i noget Spektroskop. Objektivsystemerne ere kun nogenlunde akromatiske for den Del af Solspektret, som ligger mellem de Fraunhoferske Linier  $C$  og  $E$ . Afvigelsen træder især stærkt frem for de mere brydbare Lysstraalers Vedkommende. Medens Kikkerten er indstillet paa uendelig fjernt ved  $11^{\text{mm.5}}$  for Natrium Lys, maa man indstille paa  $9^{\text{mm.1}}$  for  $F$ -Linien og paa  $7^{\text{mm.2}}$  for  $G$ -Linien, naar man vil se dem skarpt. Kaldes Lindsens Brændvidde for  $D$ -Linien  $P$ , for en anden Linie  $P'$  og Billedets Afstand fra Kikkertobjektivet i det sidste Tilfælde  $Q$ , have altsaa

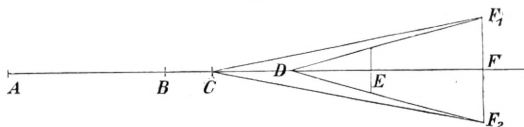
$$\frac{1}{P} + \frac{1}{Q} = \frac{2}{P'},$$

da begge Spektroskopets Lindser virke som en enkelt Lindse med Brændvidde  $\frac{1}{2}P'$ . Nu er for  $F$ -Linien  $Q - P = 2^{\text{mm.4}}$ , og følgelig bliver  $P' = P + 1^{\text{mm.2}}$ , for  $G$ -Linien faas  $P' = P + 2^{\text{mm.1}}$ . De Værdier af  $a'$ , som faas ved direkte Maaling, kunne derfor ikke benyttes til Beregning af Brydningsforholdet, men det er nødvendigt at indføre en Korrektion for at rette denne Fejl.

Dette sker paa følgende Maade.

Lad  $A$  være Kollimatorens Spalte,  $B$  dens Lindse,  $C$  Hulprismet,  $D$  Kikkertens Objektiv og  $E$  Billedplanet. Afstanden  $AB$  holdes uforandret lig  $P$ , hvor  $P$  er Lindsernes Brændvidde for  $D$  Lys. Falder nu Lys af en anden Farve, for hvilken Lindsernes Brændvidde er  $P'$ , ind gennem Spalten, saa ville

Fig. 4.



disse Straaler efter at være gaaede gennem Lindsen  $B$  forenes i et meget fjernt Punkt ved  $F$ , men Lindsen  $D$  samler dem i  $E$ . Sættes  $BD = d$ ,  $BF = A$  og  $DE = Q = P + u$ , hvor  $u$  er en lille Størrelse, haves

$$\frac{1}{P} + \frac{1}{A} = \frac{1}{P'},$$

$$-\frac{1}{A-d} + \frac{1}{Q} = \frac{1}{P'},$$

som giver

$$\frac{1}{A} = \frac{u}{2P^2} + \frac{du^2}{8P^3}.$$

Anbringes Hulprismet nu i  $C$  med den brydende Kant nedad, vil Billedet af  $A$  ikke dannes i  $F$ , men i  $F_1$  lodret over  $F$ ; er den brydende Kant opad, vil Billedet dannes i  $F_2$  lodret under  $F$ , og man har

$$F_1F_2 = (A - e) \cdot 2a,$$

naar  $e = BC$  og  $a$  Afgangen i Prismet. Men Kikkertobjektivet vil danne et Billede  $E_1E_2$  af  $F_1F_2$ . Sættes nu  $\angle F_1DF_2 = x$ ,  $E_1E_2 = a'$ , saa bliver

$$F_1F_2 = (A - d)x,$$

$$a = Qx,$$

tillige er

$$a' = 2Pa$$

den Værdi af den dobbelte Afgang i Prismet, som vilde være fremkommen, hvis Lindserne havde været fuldkommen farvefrie. Disse Ligninger føre til

$$a' = \frac{P}{Q} \cdot \frac{A-d}{A-e} \cdot a.$$

Da  $A$  i alle Tilfælde er meget stor i Sammenligning med  $d$  og  $e$ , kan man altid sætte

$$a' = \frac{P}{Q} \left( 1 - \frac{d-e}{A} \right) a,$$

og indføres Værdierne af  $Q$  og  $A$ , faas

$$a' = \left(1 - \frac{u}{P} + \frac{u^2}{P^2} - \frac{d-e}{2P} \cdot \frac{u}{P}\right)a.$$

Sørges man nu for at bringe Hulprismet saa nær som muligt til Kikkertens Objektiv, bliver  $\frac{d-e}{P}$  saa lille, at Produktet  $\frac{d-e}{P} \cdot \frac{u}{P}$  kan kastes bort ligesaavel som  $\frac{u^2}{P^2}$ , og altsaa bliver

$$a' = \left(1 - \frac{u}{P}\right)a.$$

Heraf følger

$$\log a' = \log a - \frac{0.4343}{420} \cdot u,$$

$$\log a' = \log a - 0.0010 \cdot u \dots \dots \dots (A)$$

Da det ikke er muligt at se de Fraunhoferske Linier i det smalle Spektrum, som dannes af Vædsken i Hulprismet, anbragtes et Prisma med en brydende Vinkel af  $22^\circ$  paa Spektroskopets Bord imellem Kollimatorens Lindse og Hulprismet. Dette frembringer et Spektrum saa stort, at det netop fylder Kikkertens Felt; Prismets brydende Kant var lodret, og Linierne altsaa parallelle med den lodrette Traad i Okularet. Hulprismet stilles nu paa sin Plads, Spektret flyttes derved til den ene Side, og de Linier, hvis Brydningsforhold skal findes, udmaales med Mikrometret, derefter drejes Hulprismet omtrent  $180^\circ$  omkring en lodret Axe, Spektret flyttes derved til den anden Side og udmaales paany; Differensen mellem Maalingerne for hver Linie for sig tages, og derved er  $a$  bestemt. Ved Hjælp af ovenstaaende Ligning korrigeres Maalingerne for Farvespredelsen i Objektivet, og Brydningsforholdet beregnes ved Hjælp af Udtrykket

$$n = \frac{a'}{p'} + 1. \dots \dots \dots (B)$$

Som Prøve paa Anvendeligheden af denne Fremgangsmaade meddeles følgende Forsøg.

## a. Forsøg med Vand.

For at finde Hulprismets brydende Vinkel stilledes det tomt paa Spektroskopets Bord, Kikkerten stilledes saaledes, at dens Axe omtrent halverer Vinklen mellem de fra Prismets to Sideflader tilbagekastede Straaler. Som det før er sagt, viser der sig da 4 Billeder af Spalten i Synsfeltet. Lad  $T$  og  $T_3$  være de Billeder, som hidrøre fra Pladernes ydre Sider,  $T_1$  og  $T_2$  dem, der hidrøre fra de indre Sider. Vi behøve her kun at bekymre os om  $T_1$  og  $T_2$ . Mikrometermaalingerne for disse ere angivne nedenunder.

$T_1$	$T_2$
15748	4954
48	52
42	50
48	50
Middel 15746	4951

altsaa er

$$p_1 = 10795.$$

Da hver Mikrometerenhed svarer til  $0''.4$ , saa er Vinklen mellem de fra de to Glasplader tilbagekastede Straaler lig  $1^\circ 12'$ , og den brydende Vinkel er derfor kun  $36'$ .

Dernæst maales Afvigelsen  $a'$  (egentlig den dobbelte Afvigelse). Dette sker i to Afdelinger, da Mikrometret ikke tillod at udmaale hele Spektret i begge Stillinger af det. Først opstilledes Hjælpeprismet, og Kikkerten indstilledes saaledes, at  $D$ -Linien viste sig midt i Synsfeltet. Hulprismet fyldes med Vand, stilles paa Bordet og bringes i Hovedstillingen. Spektret udmaales fra  $B$  til  $E$ , hvorpaa Hulprismet drejes  $180^\circ$ , bringes igjen i Hovedstilling, og Udmaalingen gjentages. Derpaa drejes Kikkerten, indtil Linierne  $F$  og  $G$  ses midt i Synsfeltet, og nu gjentages de anførte Operationer. Resultaterne af en saadan Forsøgsrække findes i følgende Tabel.

Temp. 16°.0.

	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>E</i>	<i>F</i>	<i>G</i>
<i>u</i>	0.0	0.0	0.0	0.0	1.9	5.1
	6120	6531	7670	9187	7912	6760
	22	30	68	82	11	56
	22	30	70	88	17	60
	19	29	71	87	18	62
	20	30	70	88	—	—
Middel	6120	6530	7670	9186	7914	6759
	2548	2951	4070	5562	4259	13473
	41	49	71	62	56	73
	46	52	70	60	60	73
	46	56	70	59	60	77
	47	52	70	60	—	—
Middel	2546	2952	4070	5561	4259	13474
<i>α</i>	3574	3578	3600	3625	3655	3715

De saaledes fundne Værdier af  $\alpha$  maa nu korrigeres efter Formel (A), hvorved  $\alpha'$  findes, og ved Hjælp af (B) faas deraf igjen Brydningsforholdet.

I følgende Tabel angives under  $n$  det saaledes beregnede Brydningsforhold, under  $n'$  Vandets sande Brydningsforhold.

	$n$	$n'$	$n-n'$
<i>B</i>	1.3312	1.3308	4
<i>C</i>	1.3316	1.3316	0
<i>D</i>	1.3337	1.3334	3
<i>E</i>	1.3358	1.3356	2
<i>F</i>	1.3371	1.3375	-4
<i>G</i>	1.3401	1.3410	-9

Af denne Sammenstilling ses, at man ved Mikrometermaalinger kan finde en Vædskes Brydningsforhold med tre rigtige Decimaler, og Fejlen overstiger kun for *G*-Linien 5 Enheder paa fjerde Decimal. Den store Fejl paa *G* ligger i, at det er vanskeligere at indstille paa denne Linie end paa de andre Fraunhoferske Linier. Det er let at se, at der ikke lader sig opnaa større Nøjagtighed med denne Methode uden at anvende et stærkere Okular, hvorom der neppe kan være Tale, naar

Methoden skal anvendes til Undersøgelser over stærkt farvede Legemer. Vi have nemlig

$$(n-1)p' = a'.$$

Antages, at der ved Maalingen af  $a'$  og  $p'$  begaas Fejlene  $\delta a$  og  $\delta p$ , saa vil dette medføre en Fejl  $\delta n$  ved Bestemmelsen af  $n$ , og man finder let

$$\delta n = \frac{\delta a' - (n-1)\delta p'}{p'}.$$

Sættes nu  $\delta a = \delta p = \pm 1$ , saa vil  $\delta n$  kunne blive større end 0.0001, og tages Hensyn til andre tilfældige Fejl, vil man let indse, at Nøjagtigheden neppe kan ventes større, end Forsøget har vist.

**b. Forsøg med Vinaand.**

Temp. 20°.s.  $p' = 7620$ .

	C	D	F
$u$	-1.0	-1.0	+0.5
$\alpha$	2756	2774	2812
$n$	1.3624	1.3646	1.3685
$n'$	1.3627	1.3644	1.3686

**c. Forsøg med Terpentiniolie.**

Temp. 19°.s.  $p' = 7042$ .

	C	D	F
$u$	-0.8	-0.8	+1.5
$\alpha$	3354	3372	3438
$n$	1.4771	1.4798	1.4866
$n'$	1.4774	1.4802	1.4874

**d. Forsøg med Nitrobenzol.**

Temp. 18°.0.  $p = 9494$ .

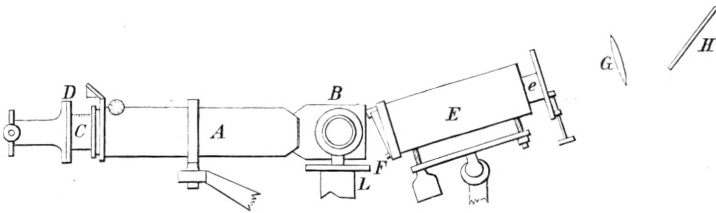
	C	D	F
$u$	-0.5	-0.5	+1.0
$\alpha$	5138	5187	5378
$n$	1.5451	1.5504	1.5687
$n'$	1.5437	1.5503	1.5687

Med Hensyn til Forsøgene b—d bemærkes følgende. Som Lyskilde anvendes et Geisslersk Rør med Brint i og en Kogsaltflamme. Vædskerne ere valgte saaledes, at Methodens Anvendelighed for Vædsker med meget forskjelligt Brydningsforhold derved kommer til at træde tydeligt frem. De brydende Vinkler ere betydelig mindre end ved Forsøget over Vand, men det var

netop ogsaa Hensigten at vise Methodens Anvendelighed, selv om den brydende Vinkel er under  $\frac{1}{2}$  Grad. De under  $n'$  angivne Brydningsforhold ere fundne ved Anvendelse af et Hulprisma paa  $60^\circ$  og et Goniometer. Maalingerne af Brydningsforholdet  $n$  med det nye Hulprisma ere udførte umiddelbart efter, og Temperaturen er derfor antaget at være den samme ved begge Forsøg.

Skal Methoden anvendes til Forsøg over stærkt farvede Vædsker, er det dog bedre at gaa frem paa en lidt anden Maade, som er anskueliggjort i Fig. 5.

Fig. 5.



$A$  er Spektroskopets Kikkert,  $B$  dets Kollimator, de stilles saaledes, at deres Axer danne en Vinkel paa  $90^\circ$  med hinanden.  $C$  er Kikkertens Udtræk, som er forsynet med en Inddeling i Millimeter, hvorefter allerede er talt,  $D$  er et retvinklet Prisma, hvori Iagttageren ser et Spejlbillede af denne Inddeling og derved kan aflæse Udtrækket uden at behøve at rejse sig op.  $E$  er en anden Kollimator, hvorpaa Prismet  $F$  med en brydende Vinkel paa  $22^\circ$  anbringes, dette Prismas brydende Kant stilles vandret ligesom den til  $E$  hørende Spalte. Sollyset opfanges af Spejlet  $H$ , som hører til en Silbermanns Heliostat, de derfra udgaende Solstråler samles af Linsen  $G$ , som danner et Solbillede, der netop falder paa Kollimatoren  $E$ 's Spalte.

$E$  stilles nu saaledes, at Solstrålerne træde vandret ud af Prismet  $F$ , og man faar da i  $A$  et Spektrum, hvori de Fraunhoferske Linier ligge vandret. Trækkes et Silkespind lodret over Spalten  $e$ , viser det sig i Spektret som en lodret Linie. Frem-

gangsmaaden er forøvrigt den sædvanlige. Hulprismet stilles paa Bordet saaledes, at Himmellyset, som trænger igjennem Kollimatoren  $B$ , kastes ind i Kikkerten  $A$ , og i denne Stilling maales den brydende Vinkel. Derpaa fyldes Prismet med den Vædske, som skal undersøges, og drejes saaledes, at det staar i Hovedstillingen for de af  $E$  udtrædende Straaler. Den sorte Linie, som den over  $e$  udspændte Traad frembringer i Spektret, viser sig nu, hvis det er en klar Vædske, der fylder Hulprismet, som en skraa Linie; er det en farvet Vædske med anomal Dispersion, viser der sig ejendommelige Bugter paa den. Denne Linies Skæringspunkter med de Fraunhoferske Linier udmaales derpaa med Mikrometret. Drejes Prismet derpaa  $180^\circ$  og indstilles igjen paa Hovedstillingen, faas et nyt Sæt Maalinger, og saaledes bestemmes Afvigelsen. Ved denne Methode træde Dispersionsanomalierne langt tydeligere frem end paa den sædvanlige Maade. Denne Fremgangsmaade er allerede anvendt af Newton. Som bekjendt har Mousson<sup>1)</sup> beskrevet et Spektroskop med denne Indretning, og Kundt<sup>2)</sup> har anvendt den med Held til Forsøg og Maalinger.

Som Exempel paa Anvendelsen af denne Opstilling anføres et Forsøg med Vand.

Temp.  $24^\circ$ .  $p = 7844$ .

	$B$	$D$	$E$	$F$
$u$	0.0	0.0	0.0	1.5
$M_1$	11292	11304	11312	11336
$M_2$	8700	8693	8685	8685
$\alpha$	2592	2611	2627	2651
$n$	1.3304	1.3329	1.3350	1.3368
$n'$	1.3299	1.3326	1.3347	1.3367

I Tabellen er under  $M_1$  og  $M_2$  anført Middeltallene, som erholdtes ved de to Rækkers Mikrometermaalinger; ved at gaa

<sup>1)</sup> Pogg. Ann. Bd. 148, S. 660.

<sup>2)</sup> Pogg. Ann. Bd. 145, S. 67.



frem paa denne Maade, spares, som man ser, megen Tid, da man ikke behøver at udmaale hele det af Prismet  $F'$  (Fig. 5) frembragte Spektrum, men kun det af selve Vædskeprismet frembragte. Ogsaa her er Overensstemmelsen mellem de ved disse Forsøg fundne Brydningsforhold  $n$  og det ad andre Veje fundne Brydningsforhold  $n'$  tilfredsstillende.

Man kan dog ogsaa bruge en anden Fremgangsmaade, hvorved man kan spare sig Maalingen af den brydende Vinkel. Ved denne benyttes et Biprisme, bestaaende af en planparallel Glasplade  $r$  (Fig. 6), og det egentlige Biprisme  $\pi$ , anbragt i en særegen Indfatning.

Den bestaar af et kort Rør  $cc$  med en fremspringende Kant  $dd$ , imod hvilken Biprismet trykkes ned af en firkantet Ramme, som er forsynet med to Arme, der trykkes ned ved Møtrikerne  $bb$ . Røret  $cc$  er

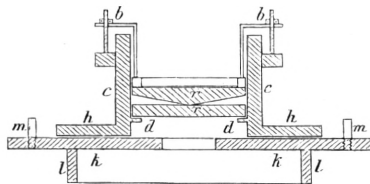
befæstet til en Plade  $hh$ , som kan glide frem og tilbage paa en større Plade  $kk$  med fremspringende Rande, der tjene som Kulisser. Bevægelsen af  $hh$  begrænses af Stifterne  $mm$ . Det hele kan ved Hjælp af Røret  $ll$  befæstes paa Kikkertens Objektiv.

Naar dette Apparat skal bruges, fyldes Mellemrummet mellem  $r$  og  $\pi$  med den Vædske, hvis Brydningsforhold skal maales. Det anbringes paa Kikkertens Objektiv med den brydende Kant lodret, og Røret  $cc$  forskydes saa langt som muligt til højre. I denne Stilling kan kun det Lys, som trænger gennem Biprismets venstre Side, komme ind i Kikkerten. Afvigelsen for dette Lys er da bestemt ved

$$\alpha_1 = (n_0 - n) p_1,$$

naar  $n_0$  er Biprismets,  $n$  Vædskens Brydningsforhold og  $p_1$  den brydende Vinkel. Derpaa forskydes Biprismet til venstre, og man har da med tilsvarende Betegnelser

Fig. 6.



$$a_2 = (n_0 - n)p_2,$$

Den samlede Afvigelse er altsaa

$$a = (n_0 - n)p. \quad \dots \dots \dots (C)$$

For at benytte denne Fremgangsmaade, maa  $n_0$  være bekendt. Denne Størrelse fandtes ved Hjælp af et Prisme med en brydende Vinkel paa  $50^\circ$ . Resultatet findes i følgende Tabel.

	Bølgebredde	$n_0$
	mm	
<i>B</i>	0.000688	1.58114
<i>C</i>	656	1.58256
<i>D</i>	589	1.58660
<i>E</i>	526	1.59192
<i>F</i>	486	1.59667
<i>G</i>	434	1.60515

Er  $n_0$  bekendt, kan  $p$  findes udtrykt i Mikrometereenheder ved at maale  $a$ , naar Biprismet er tomt. Værdien af  $p$  vil da nødvendigvis være forskjellig efter Kikkertens Udtræk, det er derfor simplere ved foreløbige Forsøg at bestemme  $\frac{1}{p}$  for de forskjellige Udtræk, idet man da har

$$n = n_0 - \frac{1}{p} \cdot a.$$

Værdierne af  $\log \frac{1}{p}$  findes i Tabellen som følger,  $U$  betegner der Udtrækket, og  $U - 11.5$  er lig  $u$  i Formel (A).

$U$	$\log \frac{1}{p}$	$U$	$\log \frac{1}{p}$	$U$	$\log \frac{1}{p}$
7mm	5.9894	11mm	5.9936	15mm	5.9978
8	5.9905	12	5.9946	16	5.9988
9	5.9915	13	5.9957	17	5.9998
10	5.9926	14	5.9968	18	6.0009

Som Exempler paa Anvendelsen af denne Fremgangsmaade skal først vises, at den giver rigtige Værdier for Biprismets Brydningsforhold. I efterfølgende Tabel er under  $n_1$ ,  $n_2$  og  $n_3$  angivet Resultaterne af 3 forskjellige Bestemmelser af Biprismets

Brydningsforhold ved forskellige Udtræk af Kikkerten. Deres Middeltal findes anført under  $n$ , og Differensen mellem  $n$  og  $n_0$ , som er Biprismets ad sædvanlig Vej fundne Brydningsforhold under  $\delta$ .

	$n_1$	$n_2$	$n_3$	$n$	$n_0$	$\delta$
	mm					
$U$	7.2	11.9	10.5			
$B$	1.5807	1.5809	1.5811	1.5809	1.5811	-2
$C$	1.5824	1.5824	1.5817	1.5822	1.5826	-4
$D$	1.5867	1.5869	1.5864	1.5867	1.5866	+1
$E$	1.5916	1.5921	1.5921	1.5919	1.5919	0
$F$	1.5961	1.5970	1.5967	1.5966	1.5967	-1

Ved 3 Rækker Forsøg med Biprismet fyldt med Vand fandtes ligeledes Brydningsforholdene  $n_1$ ,  $n_2$ ,  $n_3$  ved Temperaturerne  $T$ . Reduceres de til  $20^\circ$  og tages Middeltallet af dem, faas de under  $n$  anførte Brydningsforhold, og disse afvige kun meget lidt fra Vandets sande Brydningsforhold  $n_0$  ved  $20^\circ$ .

	$n_1$	$n_2$	$n_3$	$n$	$n_0$	$\delta$
$T$	19.0	17.5	17.0	20.0	20.0	
$B$	1.3305	—	1.3313	1.3307	1.3304	+3
$C$	1.3310	1.3314	1.3317	1.3312	1.3312	0
$D$	1.3327	1.3332	1.3329	1.3327	1.3330	-3
$E$	1.2347	1.3357	—	1.3351	1.3352	-1
$F$	1.3369	1.3372	1.3375	1.3370	1.3371	-1

Fyldes Biprismet med Vædsker, hvis Brydningsforhold er betydelig større end Vandets, viser der sig undertiden en større Uregelmæssighed ved gjentagne Forsøg, og dette har bevirket, at jeg ikke har turdet anvende det ved Forsøg med saadanne Vædsker.

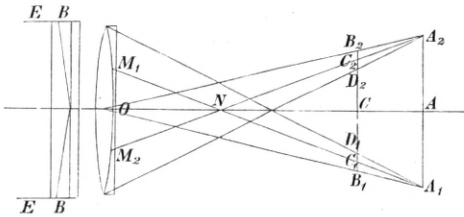
Aarsagen til disse Uregelmæssigheder ligger sandsynligvis i, at der maa anvendes et vist Tryk for at presse Biprismet  $\pi$  mod Pladen  $r$  (se Fig. 5). Derved formindskes Afgigelsen i

Vædsken, idet Vædskeprismets brydende Vinkel bliver formindsket, og denne Fejlkilde faar størst Betydning ved Vædsker, hvis Brydningsforhold ikke er meget forskjelligt fra Glassets; er Prismet fyldt med Luft, har den slet ingen Betydning. Denne Fejlkilde vilde let kunne eftervises ved at iagttage Spejlbilledet af Kollimatorspalten i Biprismets Sideflader under Forsøget, da det derved maatte blive utydeligt. Men paa Grund af den Maade, hvorpaa Biprismet er indfattet, lod denne Prøve sig ikke anstille.

I det foregaaende antoges Biprismet at være bevægeligt, saaledes at enten den ene eller den anden Halvdel af det kunde bringes foran Midten af Kikkertens Objektiv. Lader man derimod Biprismet staa fast og afblænder enten det ene eller det andet af de frembragte Spektre, vil man ogsaa faa Afgivelsen  $a$  bestemt, kun vil den ikke i dette Tilfælde være proportionel med  $n_0 - n$ , undtagen naar Objektivets Brændvidde var nøjagtig den samme for alle Farver, hvilket, som vi have seet, langt fra er Tilfældet.

Lad  $EE$  være den Straalekegle, som falder paa Biprismet  $BB$ ,  $M_1OM_2$  Objektivet og  $A$  det Punkt, i hvilket Objektivet

Fig. 7.



vilde samle Straalerne  $EE$ , naar Biprismet borttoges. Paa Grund af Brydningen i Biprismet ville Straalerne samles i to Punkter  $A_1$  og  $A_2$ , og man

har  $A_1A_2 = a \cdot OA$ . Men udføres Mikrometermaalingerne i Planet  $C_1C_2$  parallelt med  $A_1A_2$ , vil man i Stedet for Punkterne eller rettere Linierne  $A_1$  og  $A_2$  se Linierne eller Fladerne  $B_1D_1$  og  $B_2D_2$ . Man maa da maale Afstanden  $C_1C_2$ , hvor  $C_1$  og  $C_2$  ere Midtpunkterne af  $B_1D_1$  og  $B_2D_2$ . Tænkes Linierne  $A_1C_1$  og  $A_2C_2$  forlængede til Objektivet, ville de træffe

det i Punkterne  $M_1$  og  $M_2$ , hvis Afstand  $M_1M_2$  er lig Bipris-  
mets halve Bredde. Er endvidere  $N$  Skæringspunktet mellem  
 $A_1M_1$ ,  $A_2M_2$  og  $AO$ , haves

$$\frac{C_1C_2}{NC} = \frac{A_1A_1}{NA} = \frac{M_1M_2}{NO},$$

hvoraf

$$\frac{C_1C_2 + M_1M_2}{OC} = \frac{A_1A_2 + M_1M_2}{OA}.$$

Sættes heri  $C_1C_2 = a$ ,  $M_1M_2 = b$ ,  $OC = P'$  og  $OA = P$ ,  
saa er

$$A_1A_2 = (n_0 - n)pP,$$

hvoraf følger

$$a = (n_0 - n)pP' - b \cdot \frac{P - P'}{P}.$$

Iagttages dernæst Afvigelserne  $a'$  og  $a''$  for to andre Vædsker i  
Biprismet med Brydningsforholdene  $n'$  og  $n''$ , faas

$$a' = (n_0 - n')pP' - b \frac{P - P'}{P},$$

$$a'' = (n_0 - n'')pP' - b \frac{P - P'}{P}.$$

De tre sidste Ligninger give

$$\frac{n' - n}{a - a'} = \frac{n'' - n}{a - a''} \dots \dots \dots (D)$$

Har man altsaa maalt Afvigelserne for tre Vædsker og kjender  
Brydningsforholdet for de to af dem, kan det tredie Brydnings-  
forhold findes heraf.

### Manganoversurt Kali.

Opløses dette Stof i Vand, faas en rødviolet Vædske, som  
absorberer det gule, grønne og tildels det blaa Lys. I meget  
tynde Lag ser man deri fem Absorptionsstriber, hvis Beliggen-  
hed og relative Styrke ses af følgende Tabel I.

Tabel I.

	Bølgebredde 0.000567mm	
Første Minimum		
Første Maximum	558	
Andet Minimum	546	Stærkest.
Andet Maximum	534	
Tredie Minimum	523	
Tredie Maximum	514	
Fjerde Minimum	504	Svagest.
Fjerde Maximum	494	

Som man ser, er Afstanden mellem de forskjellige Minima omtrent konstant lig 0<sup>mm</sup>.000020.

Brydningsforholdet har jeg bestemt for fire Opløsninger, som indeholde fra 1 til 4 pCt. Salt. Resultaterne indeholdes i Tabellerne II—V. Under  $\delta_1$ ,  $\delta_2$  og  $\delta_3$  er anført Differensen mellem Opløsningens og Vandets Brydningsforhold. De under  $\delta_1$

Tabel II.

1 pCt. Manganoversurt Kali.  
Temperatur 20° C.

	$\lambda$	$\delta_1$	$\delta_2$	$\delta_3$	$\delta$	$n$	$n'$
<i>B</i>	0.000687	0.0023			0.0023	1.3328	1.3305
<i>C</i>	656	25	0.0021	0.0026	24	1.3335	1.3311
	617		22	23	22	1.3343	1.3321
	594		28	26	27	1.3354	1.3327
<i>D</i>	589	24			24	1.3353	1.3329
	568		28	27	27	1.3362	1.3335
	553		26	26	26	1.3366	1.3340
<i>E</i>	527	13			13	1.3363	1.3350
	522			9	9	1.3362	1.3353
	516		13		13	1.3368	1.3355
<i>F</i>	500		11	12	11	1.3374	1.3363
	486	7			7	1.3377	1.3370
	480			8	8	1.3381	1.3373
	464		22	8	15	1.3397	1.3382
	447			14	14	1.3407	1.3393
	434	11			11	1.3417	1.3406
	423			20	20	1.3431	1.3411

Tabel III.  
2 pCt. Manganoversurt Kali.  
Temperatur 20° C.

	$\lambda$	$\delta_1$	$\delta_2$	$\delta_3$	$\delta$	$n$
<i>B</i>	0.000687	0.0037			0.0037	1.3342
<i>C</i>	656	34	0.0034	0.0042	37	1.3348
	617		46	42	44	1.3365
	594		47	45	46	1.3373
<i>D</i>	589	43			43	1.3372
	568		54	51	52	1.3387
	553		62	48	55	1.3395
<i>E</i>	527					
	522			24	24	1.3377
	516		30		30	1.3385
<i>F</i>	500		19	22	20	1.3383
	486	[6]				
	480			22	22	1.3395
	464		16	24	20	1.3402
	447			28	28	1.3421
	434	[16]				
	423			31	31	1.3442

anførte Differenser ere fundne ved Anvendelse af Sollys. Væsken indeholdtes i det i Fig. 5 fremstillede Biprisma. Differenserne  $\delta_2$  ere fundne ved samme Methode, men med Anvendelse af det almindelige Luftspektrum dannet ved Hjælp af Gnisterne fra en Ruhmkorfs Maskine. Differenserne  $\delta_3$  ere fundne ved samme Lyskilde, men ved Anvendelse af den sidste af de beskrevne Metoder. Først maalttes Afvigelsen  $\alpha$ , naar Biprismet var fyldt med Luft, altsaa  $n = 1$ , dernæst fyldes Biprismet med Vand, Afvigelsen var i dette Tilfælde  $\alpha'$ , og Brydningsforholdet  $n'$  er bekjendt i Førvejen. Endelig bragtes Opløsningen ind i Biprismet, Afvigelsen  $\alpha''$  maalttes, og af de nu bekjendte Afvigelser og Brydningsforhold fandtes Opløsningens Brydningsforhold ved Hjælp af (D). I Rubrikken  $\delta$  findes Middeltallet af  $\delta_1$ ,  $\delta_2$  og  $\delta_3$ , og under  $n$  Vædskens Brydningsforhold bestemt af  $\delta$  og Vandets bekjendte Brydningsforhold  $n'$  i Tab. II.

Tabel IV.  
3 pCt. Manganoversurt Kali.  
Temperatur 20° C.

	$\lambda$	$\delta_1$	$\delta_2$	$\delta_3$	$\delta$	$n$
<i>B</i>	0.000687					
<i>C</i>	656		0.0053	0.0056	0.0054	1.3365
	617		61	59	60	1.3381
	594		70	63	66	1.3393
<i>D</i>	589					
	568		82	72	77	1.3412
	553		82	72	77	1.3417
<i>E</i>	527					
	522			35	35	1.3388
	516					
	500		17	29	23	1.3386
<i>F</i>	486					
	480			25	25	1.3398
	464		34	30	32	1.3414
	447			33	33	1.3426
	434					
	423			46	46	1.3457

Af disse Maalinger kan man se, hvorledes Brydningsforholdet afhænger af Koncentrationen. Søges Middelværdien af  $\delta$  af de 7 første Iagttagelser i Tabel II, III og V, faas

$$0.00247, 0.00449, 0.00929.$$

Beregnes Brydningsforholdets Forøgelse for hver Procent heraf, erholdes

$$0.00247, 0.00224, 0.00232,$$

hvilket nærmest svarer til at antage, at Brydningsforholdet voxer i samme Forhold, som Opløsningen bliver stærkere.

For forskjellige Farver har  $\delta$  derimod meget forskjellige Værdier. Betragtes de 7 sidste Maalinger i Tabellerne II og V, faas for  $\delta$  Middelværdierne

$$0.00123 \text{ og } 0.00441,$$

som altsaa er Middeltilvæksten af Brydningsforholdet for den blaa og violette Del af Spektret, medens man for den røde og gule



Tabel V.  
4 pCt. Manganoversurt Kali.  
Temperatur 20° C.

	$\lambda$	$\delta_1$	$\delta_2$	$\delta_3$	$\delta$	$n$
<i>B</i>	0.000687	0.0077			0.0077	1.3382
<i>C</i>	656	79	0.0081	0.0081	80	1.3391
	617		94	84	89	1.3410
	594		107	92	99	1.3426
<i>D</i>	589	97			97	1.3426
	568		120	101	110	1.3445
	553			98	98	1.3438
<i>E</i>	527					.
	522					
	516					
<i>F</i>	500		42	41	41	1.3404
	486	38			38	1.3408
	480			40	40	1.3413
	464		[28]	41	41	1.3423
	447			46	46	1.3439
	434	46			46	1.3452
	423			57	57	1.3468

Del har Middelværdierne

$$0.00274, \quad 0.00929.$$

$$\text{Nu er } \frac{0.00247}{0.00123} = 2.0, \quad \frac{0.00929}{0.00441} = 2.1.$$

For begge Opløsninger voxer Brydningsforholdet altsaa omtrent dobbelt saa stærkt i den røde som i den blaa Del af Spektret.

Antages nu, at man kan sætte

$$n - n' = (N - n')p,$$

hvor  $n$  er Opløsningens,  $n'$  Vandets Brydningsforhold,  $p$  Mængden af Salt i en Vægtenhed af Opløsningen og  $N$  en Størrelse, som afhænger af Bølgebredden og det opløste Legemes Natur, saa er ogsaa

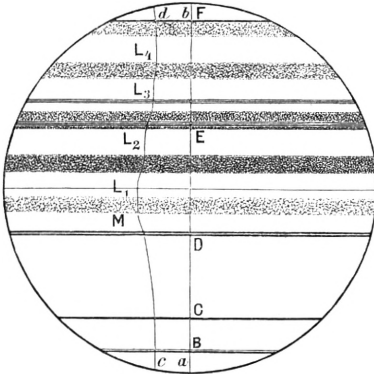
$$n - 1 = (n' - 1)(1 - p) + (N - 1)p.$$

Da her  $N$  indgaar paa samme Maade som  $n'$ , kan  $N$  altsaa betragtes som det opløste Salts Brydningsforhold. Heraf vil

følge, at man faar for gult Lys  $N = 1.56$ ,  
for blaåt Lys  $N = 1.46$ .

De hidtil bekjendte Brydningsforhold for manganoversurt Kali give imidlertid ingen Oplysning om, hvorledes det varierer i den Del af Spektret, hvor Absorptionsstriberne findes. Man ser kun, at det for den stærkeste Opløsnings Vedkommende voxer til et Punkt mellem  $D$  og  $E$ , som maa ligge i Nærheden af Bølgebredden  $0.000570$ ; derefter synker Brydningsforholdet temmelig jævnt, indtil man kommer i Nærheden af  $F$ , hvorfra Brydningsforholdet igjen voxer. Dette bekræftes ogsaa ved at benytte den i Fig. 4. antydede Opstilling. Fyldes Hulprismet med den stærkeste (4 pCt.) Opløsning, ses et Billede i Kikkerten som Fig. 8.

Fig. 8.



Her er  $ab$  Okularets lodrette Traad,  $B$  til  $F$  de Frauenhoferske Linier, som ere vandrette,  $cd$  Billedet af den over Kollimatorspalten udspændte Traad.  $M$  er det Punkt i Spektret, hvis Brydningsforhold er Maximum. Jeg sætter Bølgebredden for  $M$  lig  $0^{\text{mm}}.000575$ .  $L_1$  til  $L_4$  ere de lyse Linier, som i Tabel I ere betegnede

som Maxima. Jeg bestemte nu Afgigelsen for  $M$ ,  $L_1$ ,  $L_2$ ,  $L_3$  og  $L_4$  paa den sædvanlige Maade, og fandt derved

Tabel VI.

	$D$	$M$	$L_1$	$L_2$	$L_3$	$L_4$	$F$
$\lambda$	0.000589	575	558	534	514	494	486
$n$	1.3428	1.3436	1.3435	1.3415	1.3400	1.3402	1.3405
$\delta$	0.0099	105	96	66	44	36	35

Den stærkeste Synken af Brydningsforholdet finder altsaa Sted i Nærheden af  $L_2$ , altsaa ved Bølgebredden  $0^{mm}.00054$ , hvilket stemmer særdeles godt med den Maade, hvorpaa man af Tabellerne II til V ser, at  $\delta$  varierer.

I Tabel VII findes under  $\delta_1$ ,  $\delta_2$ ,  $\delta_3$  og  $\delta_4$  Forskjellen mellem Brydningen for manganoversurt Kali og Vand, naar Opløsningen indeholder 1 pCt. Salt, beregnet af Tabellerne II til V, idet  $\delta_1 = \delta$  af Tabel II,  $\delta_2 = \frac{1}{2}\delta$  af Tabel III,  $\delta_3 = \frac{1}{3}\delta$  af Tabel IV og  $\delta_4 = \frac{1}{4}\delta$  af Tabel V. Under  $\delta$  findes Middelværdien af  $\delta_1$ ,  $\delta_2$ ,  $\delta_3$  og  $\delta_4$ .

Tabel VII.

	$\lambda$	$\delta_1$	$\delta_2$	$\delta_3$	$\delta_4$	$\delta$
<i>B</i>	0.000687	0.0023	0.00185		0.0019	0.0020
<i>C</i>	656	24	185	0.0018	20	20
	617	22	22	20	22	22
	594	27	23	22	25	24
<i>D</i>	589	24	215		24	23
	568	27	26	26	275	27
	553	26	275	26	245	26
<i>E</i>	527	13				13
	522	9	12	12		11
	516	13	15			14
<i>F</i>	500	11	10	8	10	10
	486	7			95	8
	480	8	11	8	10	9
	464	15	10	11	10	11
	447	14	14	11	115	13
	434	11			115	11
	423	20	155	15	14	16

Man ser, at Størrelserne  $\delta_1$ ,  $\delta_2$ ,  $\delta_3$  og  $\delta_4$  stemme saa godt overens, at man ogsaa heraf er berettiget til at slutte, at Brydningsforholdet voxer jævnt med Opløsningens Styrke.

I Tabel VIII har jeg endelig samlet Resultatet af alle Forsøgene, idet jeg til Tabel VII har føjet Forskjellen mellem Brydningsforholdet for en Opløsning med 1 pCt. Salt og Vand efter Tabel VI.

Tabel VIII.

	$\lambda$	$\delta$	$n$	$n'$		$\lambda$	$\delta$	$n$	$n'$
<i>B</i>	0.000687	0.0020	1.3385	1.3305		0.000522	0.0011	1.3397	1.3353
<i>C</i>	656	20	1.3391	1.3311	<i>L</i> <sub>3</sub>	516	14	1.3411	1.3355
	617	22	1.3407	1.3321		514	11	1.3400	1.3356
	594	24	1.3424	1.3327		500	10	1.3402	1.3363
<i>D</i>	589	23	1.3421	1.3329	<i>L</i> <sub>4</sub>	494	9	1.3402	1.3366
<i>M</i>	575	26	1.3436	1.3334	<i>F</i>	486	8	1.3402	1.3370
	568	27	1.3441	1.3335		480	9	1.3409	1.3374
<i>L</i> <sub>1</sub>	558	24	1.3435	1.3339		464	11	1.3428	1.3382
	553	26	1.3444	1.3340		447	13	1.3443	1.3393
<i>L</i> <sub>2</sub>	534	16	1.3415	1.3348		434	11	1.3450	1.3406
<i>E</i>	527	13	1.3402	1.3250		423	16	1.3475	1.3411

Under  $n$  findes endvidere Brydningsforholdet for en Opløsning af manganoversurt Kali i Vand med 4 pCt. Salt. Under  $n'$  findes Vandets Brydningsforhold, begge for en Temperatur af 20° C. At  $n - n'$  ikke altid er lig  $4\delta$ , ligger i, at  $n' - n$  direkte er sat lig  $\delta_1 + \delta_2 + \delta_3 + \delta_4$  i Tabel VII.

Heraf ser man altsaa, at Brydningsforholdet har et absolut Maximum mellem *D* og *E*, et absolut Minimum mellem *E* og *F*. Men medens det sidste viser sig meget tydeligt, ere Iagttagelserne mindre gode for Maximumets Vedkommende. Det er sandsynligst, at Brydningsforholdet ikke forandrer sig kjendeligt fra  $\lambda = 0.000570$  til  $\lambda = 0.000550$ .

Af tidligere Forsøg over manganoversurt Kali kjender jeg kun Kundts Maalinger<sup>1)</sup>, som findes i omstaaende Tabel tilligemed de af mig fundne Værdier  $n$ . Den af Kundt undersøgte Opløsning betegnes som ikke helt koncentreret. Efter Sammenstilling med mine Maalinger synes den at have været noget stærkere end min stærkeste Opløsning. Dette kan dog ikke forklare den store Afvigelse for *E*-Liniens Vedkommende. At Brydningsforholdet skulde være saa meget større for *E* end for

<sup>1)</sup> Pogg. Ann. Bd. 145, S. 67.

	Kundt	$n$	Diff.
<i>A</i>	1.3377		
<i>a</i>	1.3386		
<i>B</i>	1.3397	1.3385	0.0018
<i>C</i>	1.3408	1.3391	17
<i>D</i>	1.3442	1.3421	21
<i>E</i>	1.3452	1.3402	50
<i>F</i>	1.3420	1.3402	18
<i>G</i>	1.3477	1.3457	20
<i>H</i>	1.3521		

nogen anden Del af Spektret, anser jeg for aldeles umuligt, og det strider desuden imod Kundts egne tidligere Forsøg, som viste en bestemt Aftagen af Brydningsforholdet i denne Del af Spektret.

### Cyanin.

Opløsninger af Cyanin i Vinaand have ofte været Gjenstand for optisk Undersøgelse, da disse Opløsninger vise den anomale Dispersion paa en særdeles tydelig Maade. Jeg har navnlig undersøgt en Opløsning, der indeholdt 2.4 pCt. Cyanin. For at faa hele Dispersionskurven at se, dannede jeg ved Hjælp af det i Fig. 2 fremstillede Hulprisme et Vædskeprisma, hvis brydende Vinkel var omtrent 9 Sekunder. Med det viste der sig en Absorptionsstribe omkring *D*; med Hensyn til Dispersionen saas det selv med denne yderst ringe brydende Vinkel, at Brydningsforholdet voxer fra *B* til lidt forbi *C*, derpaa aftager det til henimod *E*, hvorpaa det igjen voxer. Vendepunktet ligger altsaa i Absorptionsstriben. Om nogen Maaling kunde der naturligvis ikke være Tale ved dette Vædskeprisma, men Dispersionskurven kunde følges gennem hele Spektret og viste ingensomhelst Diskontinuitet.

Til Maaling af Brydningsforholdet af denne Cyaninopløsning benyttedes Hulprismet paa sædvanlig Maade. Da der har været anstillet mange Forsøg over Cyanin, og der har vist sig

betydelige Uoverensstemmelser, anser jeg det for rigtigt at anføre Mikrometermaalingerne. Absorptionsstribens Grændse imod Rødt er betegnet ved  $X$ , den tilsvarende Bølgebredde er omtrent 0.000625.

Tabel IX.

2.4 pCt. Cyanin.

 $p = 8701$ . Temperatur  $16^{\circ}$  C.

	$a$	$B$	$C$	$X$	$E$	$F$	$G$
$u$	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	1.5	3.5
	11439	11446	11460	11505	11411	11416	11430
	41	49	61	495	11	20	36
Middel	11440	11447	11460	11500	11411	11418	11433
	8218	8208	8190		8249	8197	8154
	13	08	88	8162	53	98	52
Middel	8215	8208	8189	8162	8251	8197	8153
$\alpha$	3225	3239	3271	3238	3160	3221	3280
$n$	1.3706	1.3722	1.3759	1.3836	1.3632	1.3689	1.3739

Tabel X.

 $p = 8500$ . Temperatur  $24^{\circ}$  C.

	$a$	$B$	$C$	$X$	$E$	$F$	$G$
$u$	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	1.5	3.5
	11656	11660	11680	11718	11624	11639	11666
	51	60	78	11	21	37	60
Middel	11653	11660	11679	11714	11622	11638	11663
	8520	8511	8499	0468	0550	0503	0464
	18	10	98	70	47	04	56
Middel	8519	8510	8498	8469	8548	8503	8460
$\alpha$	3134	3150	3181	3245	3074	3135	3203
$n$	1.3687	1.3706	1.3743	1.3818	1.3617	1.3675	1.3739

Disse to Forsøgsrækker stemme, naar der tages Hensyn til, at Brydningsforholdet aftager stærkt med voxende Temperatur, godt overens, og den anomale Dispersion er tydeligt fremtrædende.

Dernæst skal anføres Resultatet af nogle Maalinger, anstillede med en Opløsning af 0.6 pCt. Cyanin i Vinaand. Ved disse Forsøg benyttedes Biprismet.

Tabel XI.

	Temp.	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>F</i>	<i>G</i>
	19°	1.3650	1.3667	1.3043	1.3678	1.3712
	21°	1.3640	1.3660	1.3644	1.3669	1.3720
Middel	20°	1.3645	1.3663	1.3643	1.3673	1.3716

Ogsaa for Cyaninens Vedkommende voxer Brydningsforholdet i samme Forhold som Styrken af Opløsningen. Dette viste sig blandt andet ved at bestemme Afvigelsen i Biprismet for Vinaand og 4 Opløsninger af Cyanin i samme; Opløsningerne indeholdt henholdsvis 0.6, 1.2, 1.8 og 2.4 pCt. Cyanin. Jeg fandt

	0 pCt.	0.6 pCt.	1.2 pCt.	1.8 pCt.	2.4 pCt.
<i>C</i>	2716	2648	2582	2511	2441
$\Delta a$		— 68	— 134	— 205	— 275
<i>E</i>	2717	2748	2776	2797	2824
$\Delta a$		+ 21	+ 59	+ 80	+ 97

Ifølge Formel (C) have vi for dette Tilfælde

$$a = (n_0 - n)p,$$

$$\Delta n = -\frac{\Delta a}{p}.$$

Af Tabellen ser man, at  $\Delta a$  er negativ for *C*, positiv for *E*, og altsaa voxer Brydningsforholdet for *C* med Koncentrationen, men aftager for *E*. Endvidere ser man, at Brydningsforholdet voxer jævnt med Koncentrationen. Denne forholder sig for de undersøgte Opløsninger som Tallene 1, 2, 3, 4. Divideres  $\Delta a$  med disse, faas for

$$\text{for } C: 68, 67, 68, 69,$$

$$\text{for } E: 21, 29, 27, 24.$$

Disse Tal afvige saa lidt fra hverandre, at Loven derved kan anses for godtgjort for Cyaninens Vedkommende.

I efterfølgende Tabel har jeg sammenstillet Resultaterne af Forsøgene over Cyanin; under Rubrik 1 findes Brydningsforholdet  $n$  for en Opløsning med 2.4 pCt. Cyanin ved  $20^\circ$ , nemlig Middeltallet af Resultaterne af Tabel X og XI, under 2 Brydningsforholdet  $n_2$  for en Opløsning med 0.6 pCt. Cyanin, og under 3 Forholdet  $\frac{n_1 - n_2}{1.8} = K$ , som altsaa er Forøgelsen af Brydningsforholdet ved Tilføjelse af 1 pCt. Cyanin.

## Cyanin.

	1.	2.	3.
	2.4 pCt	0.6 pCt.	1 pCt.
	$n_1$	$n_2$	$\frac{n_1 - n_2}{1.8}$
<i>a</i>	1.3696		
<i>B</i>	1.3714	1.3645	-0.0038
<i>C</i>	1.3751	1.3663	+0.0049
<i>X</i>	1.3827		
<i>E</i>	1.3624	1.3643	-0.0010
<i>F</i>	1.3682	1.3673	+0.0005
<i>G</i>	1.3739	1.3716	+0.0013

Man ser heraf, at Brydningsforholdet voxer med Koncentrationen i den røde og den violette Del af Spektret, men aftager i den gule og grønne Del deraf. I Nærheden af *F* er Brydningsforholdet konstant; efter ovenstaaende Forsøg ligger Overgangen mellem *E* og *F*, efter Forsøg med Biprismet, som jeg i den Henseende tillægger størst Værdi, ligger den imellem *F* og *G* ved Bølgebredden 0.000475, altsaa ogsaa tæt ved *F*. Efter Kundt maa den være ved *F* selv.

Desværre kunde jeg ikke fortsætte Forsøgene over Cyanin videre paa Grund af Vejrforholdene, men at Resultaterne ere ret paalidelige og overensstemmende, skjøndt de ere anstillede paa forskellige Maader og med et Mellemlum af et Aar, fremgaar af, at de stemme godt overens med Kundts<sup>1)</sup> Forsøg.

<sup>1)</sup> Pogg. Ann. Bd. 145, S. 67.



Kundts Resultater findes i følgende Tabel :

	$n$ Vinaand	$n_1$ Cyanin 1.22 pCt	$n_2$ Cyanin konc.	$\frac{n_1 - n}{1.22}$
<i>a</i>	1.3636	1.3678	1.3756	+0.0034
<i>B</i>	1.3642	1.3691	1.3781	+0.0040
<i>C</i>	1.3649	1.3714	1.3831	+0.0053
<i>E</i>	1.3692	1.3666	1.3658	-0.0021
<i>F</i>	1.3712	1.3713	1.3705	+0.0001
<i>G</i>	1.3750	1.3757	1.3779	+0.0006

Af den sidste Rubrik ses, at Tilføjelsen af 1 pCt. Cyanin forøger Brydningsforholdet med en Størrelse, der noget nær er den samme i Kundts og mine Forsøg. Overensstemmelsen er mindst for Linien *E*, men Kundt har selv betegnet sine Maa-linger som mindre sikre for dennes Vedkommende.

Af andre Forsøg over Cyanin haves Undersøgelser af Sieben <sup>1)</sup>, Ketteler <sup>2)</sup>, von Lang <sup>3)</sup> og endelig nyere Forsøg af Sieben <sup>4)</sup>. Det er ikke vel muligt at sammenligne disse Resultater med de af Kundt og mig fundne, da Opløsningernes Styrke i Reglen er given paa en anden Maade, eller ogsaa ere de betegnede som koncentrerede. Men denne Angivelse har, som Sieben har bemærket paa sidstnævnte Sted, meget ringe Betydning. Naar Sieben endog antager, at de af Kundt, Ketteler og ham selv undersøgte Opløsninger have været overmættede, saa beror dette dog vist paa en Fejltagelse, den stærkeste Opløsning af Cyanin, som jeg har undersøgt, og som efter sit Brydningsforhold at dømme maatte være overmættet, har holdt sig fuldkommen klar i 2 Aar og kan saaledes vel ikke være i denne Tilstand.

<sup>1)</sup> Wied. Ann. Bd. 8 (1879), S. 144.

<sup>2)</sup> Wied. Ann. Bd. 12 (1881), S. 181.

<sup>3)</sup> Sitzber. der Wiener Akad. Bd. 84, II, 1881.

<sup>4)</sup> Sitzber. der naturw. Gesellschaft zu Achen 1882.

## Slutning.

Naar man anvender Vædskeprismer med en saa lille brydende Vinkel, som det er Tilfældet i de her omtalte Forsøg, vise de Fraunhoferske Linier sig fuldkommen skarpt ogsaa i den Del af Spektret, hvor Absorptionen er stærkest. Der er derfor efter min Mening ingen som helst Grund til at antage, at selve Brydningsloven skulde ophøre med at gjælde for disse Dele af Spektret, saaledes som man undertiden har antaget. At det ved Anvendelse af Vædskeprismer med store brydende Vinkler kan synes saa, forklares fuldkommen ved Diffraction.

Men selv om man anvender Vædskeprismer med en saa lille brydende Vinkel, er det dog næsten nødvendigt at benytte Sollys. Man har derved baade faste Punkter i de Fraunhoferske Linier og et kontinuerligt Spektrum, hvorved man bliver i Stand til at forfølge Dispersionens Gang gennem hele Spektret. Næst efter Sollyset er vistnok den elektriske Gnist i Luften den bedste Lyskilde; dens Spektrum indeholder mangfoldige stærke Linier, som ere temmelig jævnt fordelte over hele Spektret; det er med denne Lyskilde de i Tabellerne II til V meddelte Resultater ere vundne. En stor Ulempe derved er det dog, at Gnisten er meget urolig, hvilket bevirker, at Linierne altid bevæge sig lidt frem og tilbage i Kikkertens Synsfelt, og dette vanskeliggjør i høj Grad Mikrometermaalingerne. Skal der overhovedet være Tale om at tilvejebringe et større Materiale til Kjendskab af Brydningen i stærkt farvede Legemer, er det nødvendigt, at de foretages paa et Sted, hvor der er stadigere Sollys end her i Danmark.

Jeg skylder at udtale min Tak til Ministeriet for Kirke- og Undervisningsvæsenet og til Direktionen for Carlsbergfondet, ved hvis Hjælp jeg er bleven sat i Stand til at begynde disse Undersøgelser, og til Direktøren for polyteknisk Lærestanstalt, Hr. Professor Holten, som har stillet fysisk Samlings Materiel og Midler til min Raadighed.

---